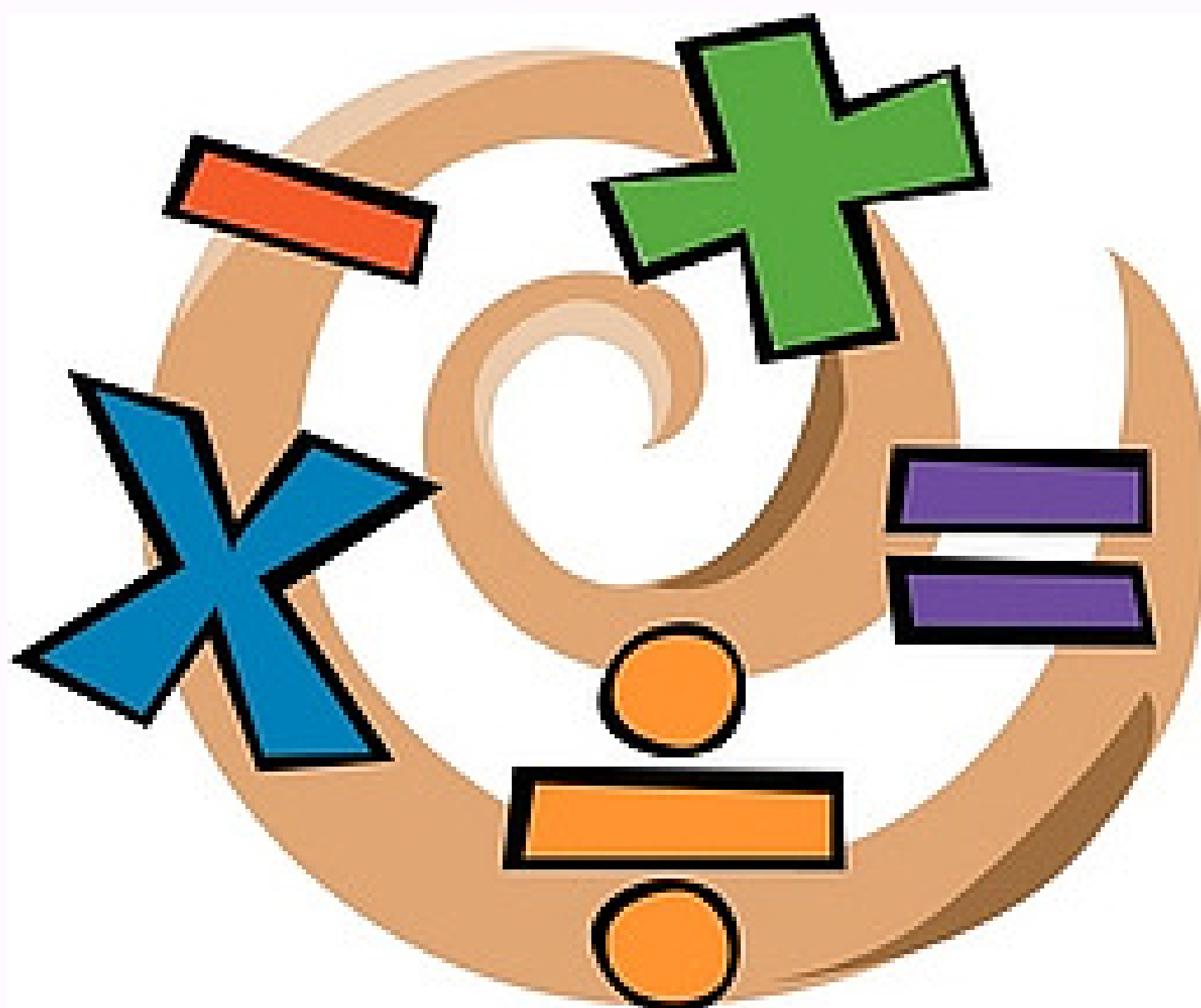




Math Academy



Μαθηματικά Α' Γυμνασίου

Μαρίνος Παπαδόπουλος

ΜΑΘΗΜΑ 1**Κεφάλαιο 1ο :** Οι Φυσικοί Αριθμοί**Υποενότητα 1.1:** Φυσικοί Αριθμοί – Διάταξη Φυσικών - Στρογγυλοποίηση**Θεματικές Ενότητες:**

1. Φυσικοί Αριθμοί - Διάταξη Φυσικών
2. Στρογγυλοποίηση

A. ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ – ΔΙΑΤΑΞΗ ΦΥΣΙΚΩΝ**➤ ΟΡΙΣΜΟΙ**

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4, 5,..., 98, 99, 100,..., 2000, 2001, ...2019... ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**. Προφανώς, ο μικρότερος φυσικός αριθμός είναι το 0, ενώ δεν υπάρχει κάποιος που να είναι ο μεγαλύτερος, αφού είναι άπειροι. Το σύνολο των φυσικών αριθμών, δηλαδή όλοι οι φυσικοί, συμβολίζεται με το γράμμα **IN (Natural Numbers)** και συμβολίζεται: $IN=\{0,1,2,3,...\}$.

Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε **δυο κατηγορίες**:

- Τους **ζυγούς** που διαιρούνται με το 2, (όπως 0,2,4,6, 8... και όσοι καταλήγουν σε αυτούς).
- Τους **μονούς** που **δεν** διαιρούνται με το 2 (όπως 1, 3, 5, 7, 9... και όσοι καταλήγουν σε αυτούς).

Για να παραστήσουμε τους φυσικούς αριθμούς χρησιμοποιούμε το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, στο οποίο όλοι οι αριθμοί μπορούν να γραφούν χρησιμοποιώντας τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 και στο οποίο η αξία κάθε ψηφίου εξαρτάται από τη θέση του μέσα στον αριθμό.

Τι δηλώνει κάθε ψηφίο ενός αριθμού ανάλογα με τη θέση του.

Π.χ: Δίνεται ο αριθμός 23.586.504. Η αξία των ψηφίων του είναι οι εξής:

2	3	.	5	8	6	.	5	0	4
Δεκάδες	Εκατομμύρια		Εκατοντάδες	Χιλιάδες	Δεκάδες	Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες

Και διαβάζεται: «είκοσι τρία εκατομμύρια πεντακόσιες ογδόντα έξι χιλιάδες πεντακόσια τέσσερα.

Επίσης το **δεκαδικό του ανάπτυγμα** είναι:

$$23.586.504 = 2 \cdot 10.000.000 + 3 \cdot 1.000.000 + 5 \cdot 100.000 + 8 \cdot 10.000 + 6 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 4 \cdot 1$$

✓ 3.153 (ίδιο ψηφίο → άλλη θέση → άλλη αξία)

↓ ↓

Χιλιάδες Μονάδες

Υπενθυμίζουμε ότι, για να διαβάσουμε ένα φυσικό αριθμό τον χωρίζουμε από αριστερά προς τα δεξιά σε τριάδες ψηφίων!

✓ 2 . 124 . 280

εκατομμύρια χιλιάδες μονάδες

✓ 4 . 746

χιλιάδες μονάδες

Μεταξύ 2 φυσικών αριθμοί διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

Ο ένας να είναι μικρότερος από τον άλλον ή να είναι ίσοι μεταξύ τους. Προκειμένου να γράψουμε στην μαθηματική γλώσσα τις παραπάνω εκφράσεις, χρησιμοποιούμε τα παρακάτω σύμβολα:

« = » : ίσος με

« < » : μικρότερος από

« > » : μεγαλύτερος από

« ≥ » : μεγαλύτερος ή ίσος από

« ≤ » : μικρότερος ή ίσος από

« ≠ » : διάφορος, δηλαδή όχι ίσος

Για παράδειγμα...

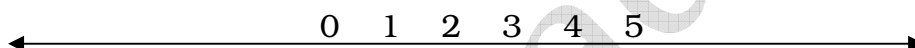
- $3 < 4$, $7 < 9$, $15 > 12$, $6 = 6$, $3 \neq 7$, $2 \leq 2$, $2 \leq 3$, $9 \geq 5$, $8 \geq 8$

➤ ΟΡΙΣΜΟΙ

Συγκρίνω 2 φυσικούς αριθμούς, σημαίνει ότι εξετάζω ποιος είναι πιο μικρός ή ποιος είναι πιο μεγάλος ή αν είναι ίσοι.

Διατάσσω φυσικούς αριθμούς, σημαίνει ότι τους τοποθετώ σε σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο ή από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο. Προφανώς, προκειμένου να διατάξω φυσικούς αριθμούς, πρέπει να τους συγκρίνω ανά δυο. Η διάταξη των φυσικών αριθμών μας ευκολύνει να παριστάνεται πάνω σε μια ευθεία γραμμή σύμφωνα με τον παρακάτω κανόνα:

Πάνω σε μια ευθεία επιλέγουμε αυθαίρετα ένα σημείο O το οποίο ονομάζουμε αρχή και στο οποίο αντιστοιχίζουμε τον αριθμό 0 . Δεξιά του σημείου O επιλέγουμε ένα σημείο A στο οποίο αντιστοιχίζουμε τον αριθμό 1 . Στη συνέχεια, **και χωρίς πλέον τη δυνατότητα εκλογής**, αντιστοιχίζουμε τον αριθμό 2 στο σημείο B που βρίσκεται δεξιά του O σε απόσταση διπλάσια απ' ό,τι το A από το O και με τον ίδιο τρόπο αντιστοιχίζουμε και τους υπόλοιπους φυσικούς αριθμούς:



Η παραπάνω ευθεία λέγεται **άξονας των φυσικών αριθμών**.

➤ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ (Σ) – ΛΑΘΟΥΣ (Λ)

Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

- | | | | |
|-------------|---|----------|----------|
| i. | Ο μικρότερος φυσικός αριθμός είναι το -1 . | Σ | Λ |
| ii. | Υπάρχει ένας φυσικός αριθμός που είναι μεγαλύτερος απ' όλους τους άλλους. | Σ | Λ |
| iii. | Υπάρχουν αριθμός που είναι συγχρόνως άρτιος και περιττός. | Σ | Λ |
| iv. | Ο επόμενος κι ο προηγούμενος ενός περιττού αριθμού είναι άρτιος. | Σ | Λ |
| v. | Το πλήθος των φυσικών αριθμών από το 10 μέχρι και το 20 είναι 10 . | Σ | Λ |

Β. ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

«Η απόσταση από το σπίτι μου στο σχολείο είναι περίπου 45 χιλιόμετρα». Για την ακρίβεια είναι 5 χιλιόμετρα και 150 μέτρα, εντούτοις, επειδή ακριβώς δεν έχει ιδιαίτερη σημασία η ακριβής απόσταση, πάντοτε στην ερώτηση: «Ποια είναι η απόσταση από το σπίτι σου στο σχολείο;», η απάντηση είναι πάντοτε: «Περίπου 5 χιλιόμετρα».

ΓΕΝΙΚΟΤΕΡΑ:

Σε περιπτώσεις που η ακρίβεια είναι από μη απαραίτητη έως άχρηστη συνηθίζουμε να στρογγυλοποιούμε έναν αριθμό, δηλαδή να τον αντικαθιστούμε με κάποιον άλλο λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο.

ΠΡΟΣΟΧΗ:

Ο αριθμός του τηλεφώνου μου είναι 6944621547.
Προφανώς, δεν μπορώ να πω ότι ο αριθμός τηλεφώνου μου είναι περίπου 7.000.000.000!!!

➤ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Πώς στρογγυλοποιούμε έναν φυσικό αριθμό;

α. Προσδιορίζουμε την τάξη στην οποία θα γίνει η στρογγυλοποίηση (δεκάδες, εκατοντάδες κ.λπ.).

β. Εξετάζουμε το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης και:

- αν το ψηφίο αυτό είναι 0, 1, 2, 3, 4 το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται.
- αν το ψηφίο αυτό είναι 5, 6, 7, 8, 9 το ψηφίο αυτό και όλα τα ψηφία των μικρότερων τάξεων μηδενίζονται ενώ το ψηφίο της στρογγυλοποίησης αυξάνεται κατά 1.

Στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη δεκάδα:

$2.132 \longrightarrow 2.130$
↙ ↘
ψηφίο ψηφίο που μας ενδιαφέρει
δεκάδων

Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
είναι το $2 < 5$, άρα θα γίνει 0.

$9.558 \longrightarrow 9.560$
↙ ↘
ψηφίο ψηφίο που μας ενδιαφέρει
δεκάδων

Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
είναι $8 > 5$, άρα το 5 θα αυξηθεί κατά
μία μονάδα, ενώ το 8 θα γίνει 0.

$45.795 \longrightarrow 45.800$
↙ ↘
ψηφίο ψηφίο που μας ενδιαφέρει
δεκάδων

Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
είναι 5, άρα θα γίνει 0 και το 9 θα
αυξηθεί κατά μία μονάδα, επομένως θα
γίνει 0 και το 7 θα γίνει 8.

Στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη εκατοντάδα:

$22.432 \longrightarrow 22.400$
↙ ↘
ψηφίο ψηφίο που μας ενδιαφέρει
εκατοντάδων

Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
είναι $3 < 5$, άρα το 4 θα παραμείνει
όπως είναι και θα μηδενιστούν όλα τα
ψηφία μικρότερων τάξεων.

$35.585 \longrightarrow 35.600$
↙ ↘
ψηφίο ψηφίο που μας ενδιαφέρει
εκατοντάδων

Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
είναι $8 > 5$, άρα το 5 θα γίνει 6, ενώ όλα
τα ψηφία των μικρότερων τάξεων θα
γίνουν 0.

$79.972 \longrightarrow 80.000$
↙ ↘
ψηφίο ψηφίο που μας ενδιαφέρει
εκατοντάδων

Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης
είναι $7 > 5$, άρα το 9 θα αυξηθεί κατά μία
μονάδα, επομένως θα γίνει 0 και το αμέσως
επόμενο 9 που θα πάρει τη μονάδα θα γίνει 0
και τελικά το αρχικό 7 θα γίνει 8

➤ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις επόμενες ερωτήσεις:

- i.** Ο αριθμός 384 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες γίνεται:
A. 380 **B.** 390 **Γ.** 300
- ii.** Ο αριθμός 13.955 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες γίνεται:
A. 13.950 **B.** 13.900 **Γ.** 13.960
- iii.** Ο αριθμός 1.975.832 αν στρογγυλοποιηθεί στις δεκάδες χιλιάδες γίνεται:
A. 1.980.000 **B.** 1.976.000 **Γ.** 2.000.000

➤ ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό 295.847

- (i)** Στις εκατοντάδες
- (ii)** Στις χιλιάδες
- (iii)** Στις δεκάδες χιλιάδες

Λύση

- (i)** Θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 295.847 στις εκατοντάδες, δηλαδή στο ψηφίο 8. Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (των δεκάδων) είναι το ψηφίο 4. Επειδή $4 < 5$, το ψηφίο αυτό, καθώς και τα ψηφία των μικρότερων τάξεων τα αντικαθιστούμε με 0. Δηλαδή:

$$295.847 \rightarrow 295.800$$

- (ii)** Θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 295.847 στις χιλιάδες, δηλαδή στο ψηφίο 5. Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (των εκατοντάδων) είναι το ψηφίο 8. Επειδή $8 > 5$, το ψηφίο 5 θα αυξηθεί κατά 1, δηλαδή θα γίνει 6, και αντικαθιστούμε με μηδέν τα ψηφία των μικρότερων τάξεων. Δηλαδή:

$$295.847 \rightarrow 296.000$$

- (iii) Θέλουμε να στρογγυλοποιήσουμε τον αριθμό 295.847, στο ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων, δηλαδή στο ψηφίο 9. Το ψηφίο της αμέσως μικρότερης τάξης (των χιλιάδων) είναι το 5. Άρα πρέπει το 9 να αυξηθεί κατά 1. Αυτό σημαίνει ότι το 9 θα γίνει 0 και θα αυξηθεί κατά 1 το ψηφίο 2 που αντιστοιχεί στις εκατοντάδες χιλιάδες. Δηλαδή:

$$295.847 \rightarrow 300.000$$

- 2.** Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 4, 1 και 7, από μία φορά το καθένα, να γράψετε όλους τους διαφορετικούς τριψήφιους αριθμούς που μπορείτε.
- (i) Να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο από αυτούς τους αριθμούς και να τους γράψετε σε φυσική γλώσσα
 - (ii) Ποιοι από τους αριθμούς που γράψατε είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί;
 - (iii) Να βάλετε όλους τους παραπάνω αριθμούς σε αύξουσα σειρά, δηλαδή από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο.

Λύση

Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 4, 1 και 7, από μία φορά το καθένα, μπορούμε να σχηματίσουμε τους τριψήφιους:

417, 471, 147, 174, 741, 714

- (i) Ο μικρότερος από αυτούς τους αριθμούς είναι ο 147, ο οποίος διαβάζεται «εκατόν σαράντα επτά».
- Ο μεγαλύτερος από αυτούς τους αριθμούς είναι ο 741, ο οποίος διαβάζεται «επτακόσια σαράντα ένα».

- (ii) Άρτιοι είναι οι αριθμοί 174 και 714.

Περιττοί είναι οι αριθμοί 417, 471, 147 και 741.

- (iii) Οι αριθμοί σε αύξουσα σειρά είναι :

$$147 < 174 < 417 < 471 < 714 < 741$$

➤ **ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΛΗΡΟΥΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

<u>ΓΡΑΦΟΥΜΕ</u>	<u>ΔΙΑΒΑΖΟΥΜΕ</u>
2.482	
21.023	
154.279	
	Τρεις χιλιάδες είκοσι
	Δύο εκατομμύρια εκατό επτά
	Σαράντα χιλιάδες τετρακόσια πενήντα έξι
	Πενήντα χιλιάδες δυο

2. Να βρείτε την τάξη του υπογραμμισμένου ψηφίου στους παρακάτω αριθμούς:

α) 25 **β)** 108 **γ)** 8.053 **δ)** 458.474.123

ε) 453.100 **στ)** 11.012

3. **α)** Να βάλετε σε φθίνουσα σειρά τους αριθμούς:
14, 22, 35, 1, 21, 84.

β) Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς:
2.245, 2.241, 2.301, 2.255, 2.200.

4. Να σχηματίσετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που χρησιμοποιούν από μια φορά τα ψηφία 1, 2, 3 και να τους διατάξετε από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο.

5. Να γράψετε:

- α) Τους άρτιους αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών 377 και 389.
- β) Τους άρτιους αριθμούς από το 85 ως και το 100.
- γ) Τους περιττούς αριθμούς από το 13 μέχρι και το 39.
- δ) Τους διψήφιους άρτιους που είναι μεγαλύτεροι του 91.
- ε) Τους διψήφιους περιττούς που είναι μικρότεροι του 111.

6. Να τοποθετήσετε σε άξονα τις παρακάτω ομάδες αριθμών (σε διαφορετικό άξονα η κάθε ομάδα αριθμών):

- α) 1, 3, 5, 7, 9, 11.
- β) 2, 4, 8, 12, 13, 17.
- γ) 10, 20, 30, 40, 50.
- δ) 100, 125, 150, 175, 200.

7. Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στην πλησιέστερη:

- α) δεκάδα β) εκατοντάδα γ) χιλιάδα

154 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$

2.147 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$

785 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$

22.276 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$

299 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$

29.650 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \right.$

8. Ποιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί που όταν στρογγυλοποιούνται στην πλησιέστερη δεκάδα παίρνουμε τον αριθμό 30;

9. Να βρείτε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο φυσικός αριθμός k , όταν:

- | | |
|---|---|
| α) $k < 3$ | β) $k \leq 5$ |
| γ) $2 < k < 6$ | δ) $1 < k \leq 3$ |
| ε) $3 \leq k < 4$ | στ) $7 \leq k \leq 10$ |
| ζ) $3 < v \leq 5$ και $4 \leq v \leq 6$ | η) $1 < v \leq 2$ και $2 \leq v \leq 3$ |